TEMA 1: EL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (M.A.S.)

1. DESCRIPCIÓN DEL M.A.S.

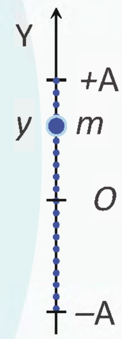
Es un movimiento periódico de vaivén. El cuerpo oscila a uno y otro lado de su posición de equilibrio, sobre una recta, y lo hace a intervalos regulares de tiempo.

También se conoce como Movimiento Vibratorio Armónico Simple (M.V.A.S.).

Las oscilaciones de un cuerpo unido a un muelle (oscilador armónico) y las de un péndulo simple son ejemplos de este tipo de movimiento, siempre que no tengamos en cuenta las pérdidas energéticas por rozamiento (amortiguación).

2. ELEMENTOS DEL M.V.A.S.

Cuando un objeto de masa *m* se desplaza verticalmente con M.A.S. entre los puntos del eje Y de coordenadas +A y –A definimos:



- ***O*** (**Punto de Equilibrio**): El centro de las oscilaciones, que es el punto que tomaremos como origen para referir la posición del móvil (coordenada $y = 0$).

- ***y*** (**Elongación**): La posición del cuerpo que oscila, referida al punto de equilibrio. Será positiva cuando el móvil se encuentre por la parte positiva del eje y negativa cuando se encuentre por la parte negativa del eje. (m en S.I.)

- ***A*** (**Amplitud**): La máxima distancia que se aleja el móvil, medida desde el punto de equilibrio. Siempre es positiva, pues es una longitud. (m es S.I.).
  El móvil oscila entre los puntos de coordenadas $y = +A$ e $y = -A$.

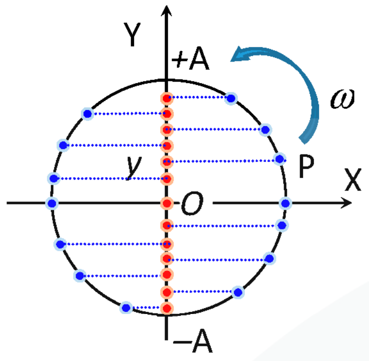
- **Ciclo** o Vibración completa u Oscilación completa: El recorrido desde que el móvil está en un punto hasta que vuelve a pasar por él en el mismo sentido, por ejemplo, +A O –A O +A.
  En cada ciclo el móvil recorre una distancia 4 *A* (m).

- ***T*** (**Período**): El tiempo que tarda el móvil en describir un ciclo. (s en S.I.)

- ***f*** (**Frecuencia**): El número de oscilaciones completas que realiza el móvil por segundo. (Hz en S.I.)

El período y la frecuencia son magnitudes inversas: $\boxed{f = \frac{1}{T}}$

3. RELACIÓN ENTRE EL M.V.A.S. Y EL M.C.U.



Si un punto P describe un M.C.U. de radio *A* y velocidad angular ω su proyección sobre uno de los diámetros de la trayectoria describe un M.A.S. con el mismo período T.

En este contexto definimos la

Pulsación o Frecuencia Angular: $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$ (rad/s en S.I.)

La pulsación NO es la velocidad angular del móvil que oscila, sino la del M.C.U. del punto cuya posición proyectada nos da la posición del móvil que oscila.

NOTA: a veces la proyección se hace sobre el eje X y entonces la elongación es la *x*.

4. CINEMÁTICA DEL M.V.A.S.

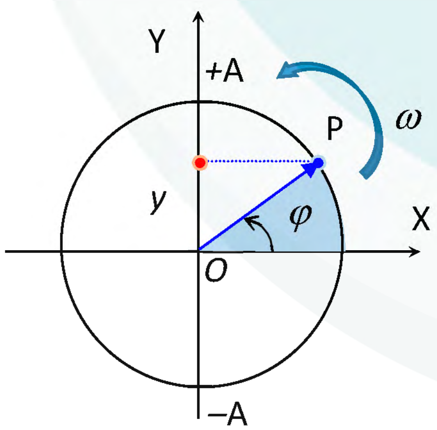
Como la trayectoria es recta, tomamos como eje Y dicha recta, y tomamos como origen el punto de equilibrio. Así los vectores de posición, velocidad y aceleración tienen una única componente y podemos representarlos simplemente por y, v, a (sin la flecha de vector) con su signo indicando su sentido: con el eje Y positivo hacia arriba

$y > 0$ si el móvil está por arriba — $y < 0$ si está por abajo

$v > 0$ si el móvil se dirige hacia arriba — $v < 0$ si se dirige hacia abajo

$a > 0$ si la aceleración es hacia arriba — $a < 0$ si es hacia abajo

4.1. ELONGACIÓN O POSICIÓN



$y = A \text{ sen } \varphi = A \text{ sen } (\omega t)$

de forma más general, si parte en $t = 0$ desde φ_0

$$\boxed{y_{(t)} = A\, sen(\omega t + \varphi_0)}$$ (m en S.I.)

$\varphi = \omega t + \varphi_0$ es la **Fase**: Fase en el instante *t* (rad en S.I.)

φ_0 es la **Fase Inicial**: Fase en el instante $t = 0$ (rad en S.I.)

Si la proyección se hace sobre el eje X, a veces se pone $\boxed{x_{(t)} = A\cos(\omega t + \varphi_0)}$

Pero como $\cos\alpha = \operatorname{sen}(\alpha + \pi/2)$ ambas son la misma ecuación, escogiendo la φ_0 adecuada.

Nosotros usaremos siempre la expresión del seno, a no ser que se indique explícitamente que haya que usar coseno.

Nota: estas oscilaciones son ideales, considerando que en ellas no se pierde nada de energía. Si no fuese así, las oscilaciones serían amortiguadas, y su expresión es como la anterior, pero con la amplitud decreciendo con el tiempo, A(t), en vez de constante.

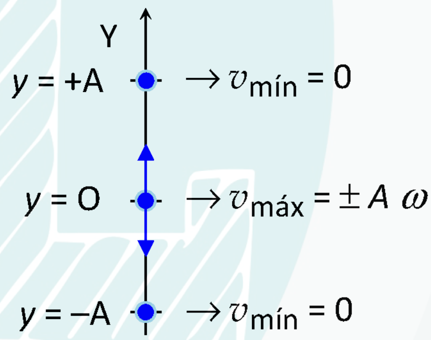
4.2. VELOCIDAD

$$\boxed{\vec{v}_{(t)} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \rightarrow v_{(t)} = \frac{dy}{dt} \rightarrow \boxed{v_{(t)} = A\,\omega\cos(\omega t + \varphi_0)} \quad \text{(m/s en S.I.)}$$

Buscamos su relación con la elongación: $y^2 = A^2 \operatorname{sen}^2(\varphi) \rightarrow \operatorname{sen}^2(\varphi) = y^2 / A^2$

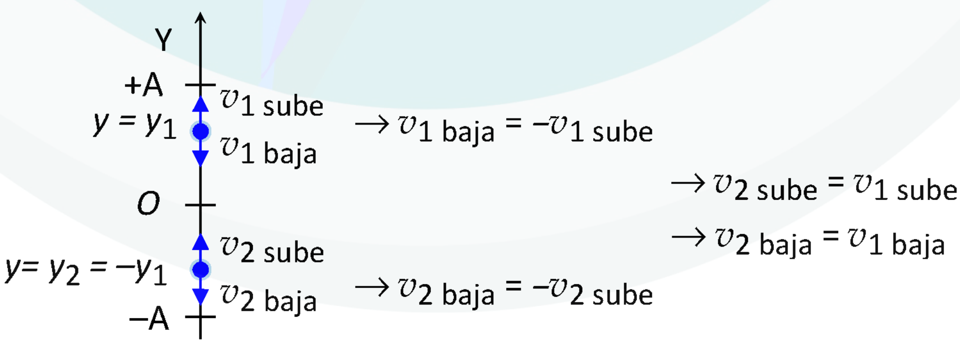
$$v^2 = A^2\,\omega^2 \cos^2(\varphi) = A^2\,\omega^2 (1 - \operatorname{sen}^2(\varphi)) = A^2\,\omega^2 (1 - y^2/A^2) = \omega^2 (A^2 - y^2)$$

Finalmente, $\boxed{v_{(y)} = \pm\,\omega\sqrt{A^2 - y^2}}$ Por tanto:



La celeridad es máxima en el punto de equilibrio ($y = 0$), va disminuyendo a medida que el cuerpo se aleja de dicho punto, y se llega a anular en los dos extremos ($y = \pm A$).

Además, la celeridad es la misma al pasar por un punto concreto subiendo que al pasar por dicho punto bajando (misma y), y además es la misma para puntos simétricos respecto al punto de equilibrio (misma y^2).

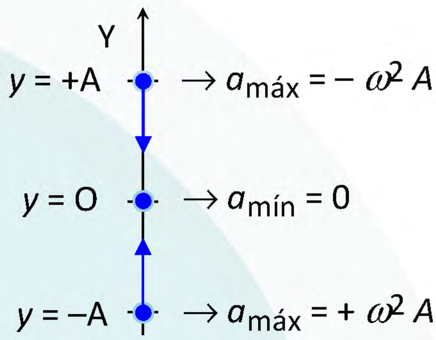


4.3. ACELERACIÓN

$$\boxed{\vec{a}_{(t)} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \quad \rightarrow \quad a_{(t)} = \frac{dv}{dt} \quad \rightarrow \quad \boxed{a_{(t)} = -A\,\omega^2\, sen(\omega t + \varphi_0)} \quad \text{(m/s}^2\text{ en S.I.)}$$

Buscamos su relación con la elongación: $y = A \text{ sen } (\varphi) \rightarrow$ $\boxed{a_{(y)} = -\omega^2\, y}$

Como su signo es opuesto al signo de la y, cuando el móvil esté por arriba la aceleración es negativa, es decir, hacia abajo y cuando esté por abajo es positiva, es decir, hacia arriba: la aceleración apunta siempre hacia el punto de equilibrio del movimiento.



Su módulo es nulo en dicho punto de equilibrio ($y = 0$), va aumentando a medida que el cuerpo se aleja de dicho punto, y alcanza su valor máximo en los dos extremos ($y = \pm A$).

5. DINÁMICA DEL M.V.A.S.

$$\Sigma\vec{F} = m\,\vec{a} \;\rightarrow\; \boxed{\Sigma\vec{F} = \Sigma F = -m\,\omega^2\, y} \quad \text{(N en S.I.)}$$

Tiene las mismas características que la aceleración, y siempre apunta hacia el punto de equilibrio.

Es por tanto una Fuerza Central, cuyo centro es el punto de equilibrio del móvil.

Su signo indica su sentido.

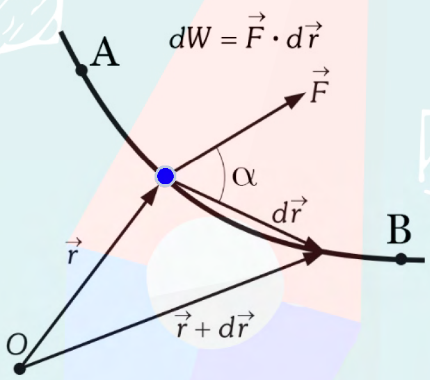
6. ENERGÍA, TRABAJO Y FUERZAS CONSERVATIVAS

6.1. ENERGÍA DE UN CUERPO

Cuando un cuerpo tiene la posibilidad de empujar a un segundo cuerpo y conseguir que éste se mueva decimos que el primer cuerpo tiene **energía**. Se mide en Julios (J) en S.I. de unidades.

6.2. TRABAJO QUE REALIZA UNA FUERZA SOBRE UN CUERPO

Para que un primer cuerpo intercambie energía con un segundo cuerpo, de masa *m*, el primero debe realizar un **trabajo** sobre el segundo. El trabajo no es más que energía en tránsito entre dos cuerpos: el que empuja y el que es empujado.
Cuando un cuerpo, de masa *m*, experimenta un desplazamiento, desde un punto A hasta otro B, bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$ (la que hace sobre él el primer cuerpo) decimos que dicha fuerza realiza sobre él un trabajo



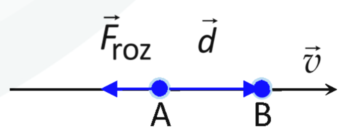
$$W_{AB} = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B \left|\vec{F}\right| \left|d\vec{r}\right| \cos\alpha \quad \text{(N.m = J) en S.I.}$$

Donde dW es el trabajo infinitesimal realizado sobre el cuerpo en su desplazamiento infinitesimal $d\vec{r}$.

En el caso especial de que la fuerza sea constante durante todo el desplazamiento:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \int_A^B d\vec{r} = \vec{F} \cdot \left[\vec{r}\right]_A^B = \vec{F} \cdot \left(\vec{r}_B - \vec{r}_A\right) = \vec{F} \cdot \vec{d}_{AB} \qquad \overrightarrow{\text{Fuerza}} \cdot \overrightarrow{\text{Desplazamiento}}$$

Por ejemplo, el trabajo que realiza sobre un cuerpo la Fuerza de Rozamiento, supuesta constante, cuando este se desplaza en línea recta, viene dado por (recuerda que el sentido de la fuerza de rozamiento siempre es opuesto al del movimiento):



$$W_{AB} = \vec{F}_{roz} \cdot \vec{d}_{AB} = \left|\vec{F}_{roz}\right| \left|\vec{d}_{AB}\right| \cos 180^{o} = -\left|\vec{F}_{roz}\right| d_{recorrida} < 0 \text{ siempre.}$$

6.3. ENERGÍA CINÉTICA Y TEOREMA DE LAS FUERZAS VIVAS

Energía Cinética es la energía que tiene un cuerpo por el hecho de estar en movimiento.

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} m v^2}$$

$\equiv$ **Energía Cinética** (J) de la partícula *m* que se desplaza con celeridad v.

El trabajo que realiza la resultante sobre una masa *m* cuando esta se desplaza, desde un punto del espacio A hasta otro B (suponiendo que *m* no varía durante dicho desplazamiento) viene dado por (teorema de las Fuerzas Vivas):

$$W_{AB\,resultante} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m\vec{a} \cdot d\vec{r} = m\int_A^B \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m\int_A^B d\vec{v} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = m\int_A^B d\vec{v} \cdot \vec{v} = m\int_A^B |d\vec{v}|\,|\vec{v}| \cos 0^o =$$

$$= m\int_A^B v\, dv = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_A^B = \frac{1}{2} m\, v_B{}^2 - \frac{1}{2} m\, v_A{}^2 = E_{C_B} - E_{C_A}$$

$$\boxed{W_{AB\,resultante} = E_{C_B} - E_{C_A}}$$

6.4. FUERZAS CONSERVATIVAS Y ENERGÍA POTENCIAL

Fuerzas conservativas son las que permiten definir una función matemática llamada **Energía potencial** (J), asociada a ellas que se obtiene haciendo la integral

$$E_{P\,asociada} = \int -\vec{F}_{conservativa} \cdot d\vec{r}$$

que cumple que su variación depende solamente de las posiciones inicial y final de la partícula de masa *m*, y no de la trayectoria que describe entre dichas posiciones.

Son ejemplos de **fuerzas conservativas** la fuerza elástica, la fuerza gravitatoria, la fuerza eléctrica, las fuerzas centrales en general (las dirigidas siempre hacia un mismo punto) y también es conservativa cualquier fuerza constante.

Son ejemplos de **fuerzas no conservativas** la fuerza de rozamiento, y la fuerza magnética.

El trabajo que realiza una fuerza conservativa sobre una masa *m* cuando esta se se desplaza, desde un punto del espacio A hasta otro B viene dado por:

$$W_{AB\,conservativa} = \int_A^B \vec{F}_{conservativa} \cdot d\vec{r} = -\int_A^B -\vec{F}_{conservativa} \cdot d\vec{r} = -\left[E_{P\,asociada}\right]_A^B =$$

$$= -\left(E_{P_B} - E_{P_A}\right) = E_{P_A} - E_{P_B}$$

$$\boxed{W_{AB\,conservativa} = E_{P_A} - E_{P_B}}$$

6.5. ENERGÍA MECÁNICA

Si la resultante que actúa sobre un móvil es conservativa $W_{AB\ resultante} = W_{AB\ conservativa} \rightarrow$

$$E_{C_B} - E_{C_A} = E_{P_A} - E_{P_B} \rightarrow E_{C_B} + E_{P_B} = E_{C_A} + E_{P_A} \rightarrow \boxed{E = E_C + E_P}$$

La suma de las energías cinética y potencial del cuerpo, a la que llamamos **Energía Mecánica** (J) se conserva.

Además, $\frac{1}{2}m\left(v_B{}^2 - v_A{}^2\right) = E_{P_A} - E_{P_B}$ y, por tanto, si conocemos E_P podemos calcular como varía la celeridad, $|\vec{v}|$, del móvil.

Cuando la resultante no sea conservativa, por actuar sobre el cuerpo la fuerza de rozamiento, podemos plantear la siguiente ecuación de conservación:

$$E_A + Wroz_{AB} = E_B \rightarrow E_A - |\vec{F}_{roz}|\, d_{recorrida} = E_B \rightarrow$$

$$\boxed{E_A = E_B + |\vec{F}_{roz}|\, d_{recorrida} = E_B + E_{perdidas\ por\ rozamiento}}$$

7. ENERGÍA DEL M.V.A.S.

7.1. ENERGÍA CINÉTICA DE UN CUERPO QUE DESCRIBE UN M.V.A.S.

Es la energía que tiene el cuerpo de masa *m* por, el hecho de estar moviéndose.

$E_C = \frac{1}{2}mv^2$ pero, en M.A.S. $v^2 = \omega^2 (A^2 - y^2)$ $\boxed{E_C = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - y^2\right)}$ $\rightarrow$ (J en S.I.)

La energía cinética es siempre $E_C \geq 0$.

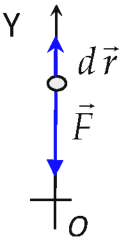
Es máxima en el punto de equilibrio ($y = 0$), va disminuyendo a medida que el cuerpo se aleja de dicho punto, y se llega a anular en los dos puntos de máxima elongación ($y = \pm A$).

Además, la energía cinética es la misma al pasar por un punto concreto subiendo que al pasar por dicho punto bajando (misma *y*), y además es la misma para puntos simétricos respecto al punto de equilibrio (misma y^2).

7.2. ENERGÍA POTENCIAL DE UN CUERPO QUE DESCRIBE UN M.V.A.S.

La resultante que provoca un M.A.S. es una fuerza conservativa (estamos trabajando con oscilaciones ideales, siempre de la misma amplitud) y, por tanto, admite la definición de una función energía potencial.

La función energía potencial asociada a la fuerza que provoca un M.A.S. viene dada por:



$$E_{P\,MAS} = \int -\vec{F}_{MAS} \cdot d\vec{r} = \int -\left| -m\omega^2 y \right| \cdot dy \cdot \cos 180^0 = m\omega^2 \int y\, dy = m\omega^2 \frac{y^2}{2}$$

$$\boxed{E_{P\,MAS} = \frac{1}{2} m\,\omega^2\, y^2}$$

(J en S.I.) Siempre $E_{P\,MAS}$ es ≥ 0 (positiva).

Es la energía que tiene el cuerpo de masa m, que describe el M.A.S. por el hecho de encontrarse en una determinada posición.

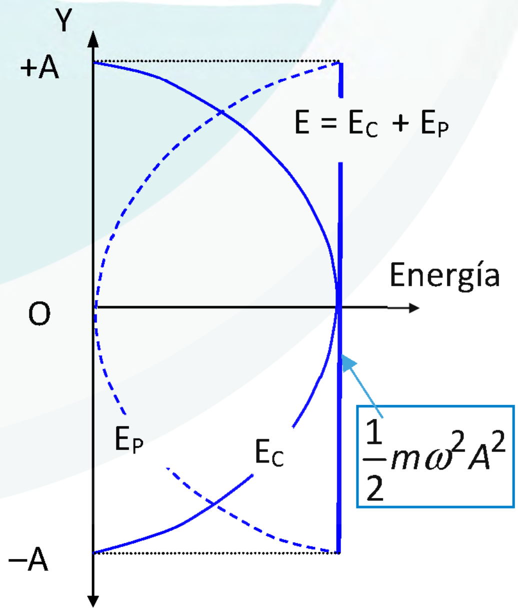
Es mínima en el punto de equilibrio ($y = 0$), va aumentando a medida que el cuerpo se aleja de dicho punto, y llega a ser máxima en los dos puntos de máxima elongación ($y = \pm A$).

Además, la energía potencial es la misma al pasar por un punto concreto subiendo que al pasar por dicho punto bajando (misma y), y además es la misma para puntos simétricos respecto al punto de equilibrio (misma y^2).

7.3. ENERGÍA MECÁNICA DE UN CUERPO QUE DESCRIBE UN M.V.A.S.

$E = E_C + E_P = 1/2\, m\omega^2 (A^2 - y^2) + 1/2\, m\, \omega^2 y^2$ $\quad \boxed{E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2} \rightarrow$ (J en S.I.)

La energía mecánica es siempre positiva, $E > 0$. Además ,su valor es constante durante todo el movimiento, es decir, se conserva (claro, pues la resultante responsable del M.A.S. es una fuerza conservativa).



Representando las tres magnitudes frente a la elongación:
En los extremos: $E = E_P$ *máxima* , $E_C = 0$
En punto equilibrio: $E_P = 0$, E_C *máxima*
$\rightarrow$ $E = 0 + E_P$ *máxima* $=$ E_C *máxima* $+ 0$
En los puntos de corte $E_C = E_P$ $\rightarrow$

$$1/2\, m\, \omega^2 (A^2 - y^2) = 1/2\, m\, \omega^2 y^2 \quad \rightarrow$$

$$A^2 - y^2 = y^2 \quad \rightarrow A^2 = 2\, y^2 \quad \rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

8. EJEMPLOS DE M.V.A.S.

Para trabajar con casos concretos de M.A.S. el procedimiento es siempre el mismo:

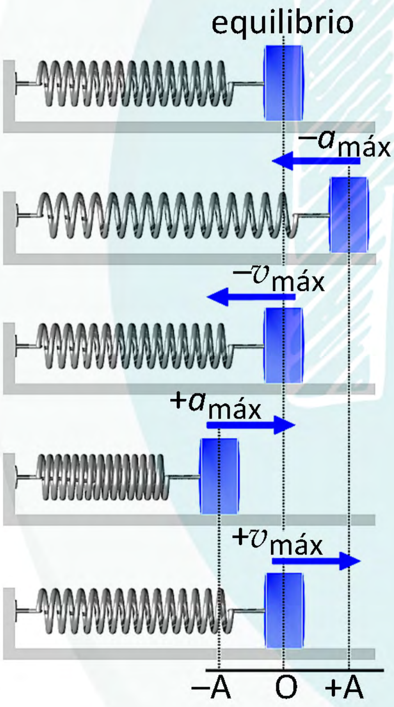
Identificaremos las fuerzas que actúan sobre el móvil, deduciremos con ellas el valor de la resultante en cada punto por el que pase el móvil e igualaremos dicha resultante a la resultante responsable del M.A.S. genérico, $\Sigma\vec{F} = \Sigma F = -m\,\omega^2\, y$

A partir de esta igualdad deduciremos la expresión de la pulsación, ω, y ya podremos caracterizar al movimiento.

Nosotros veremos dos ejemplos de movimiento vibratorio armónico simple: el oscilador armónico y el péndulo simple.

8.1. OSCILADOR ARMÓNICO

Consideremos el movimiento de una masa unida a un muelle, o resorte, de masa despreciable.



Sabemos que, si ejercemos sobre la masa *m* una fuerza para estirar/comprimir el muelle, según la **Ley de Hooke**, el muelle ejerce otra fuerza, de sentido contrario, proporcional a lo que le hemos estirado/comprimido, llamada

Fuerza Recuperadora o Fuerza elástica de valor

$$\boxed{\vec{F}_{\text{elástica}} = -k\,\vec{L}}$$

donde $\vec{L}$ es el vector elongación, que representa el estiramiento o la compresión del muelle.

El signo negativo de la ley indica que la fuerza siempre es en sentido contrario a $\vec{L}$, es decir, al estiramiento/compresión del muelle, y la constante de proporcionalidad es

k Constante elástica o recuperadora (N/m en S.I.).

k siempre es positiva y depende exclusivamente del muelle. Cuanto mayor sea *k* más potente es el muelle.

Como esta fuerza hace que la masa describa un M.A.S. tenemos que

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{\Sigma F_{\text{OSCILADOR}} = -k\,x} \\ \Sigma F_{\text{MAS}} \quad = -m\,\omega^2\,x \end{array}\right\} \rightarrow \text{ es un M.A.S. con } \boxed{k = m\,\omega^2} \rightarrow$$

Podemos deducir su período, pues $T = \dfrac{2\pi}{\omega} \rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$

Vemos que cuanto más ligero sea el cuerpo, o cuanto más potente sea el muelle $\rightarrow$ menor será el período y por tanto más rápido oscilará el cuerpo.

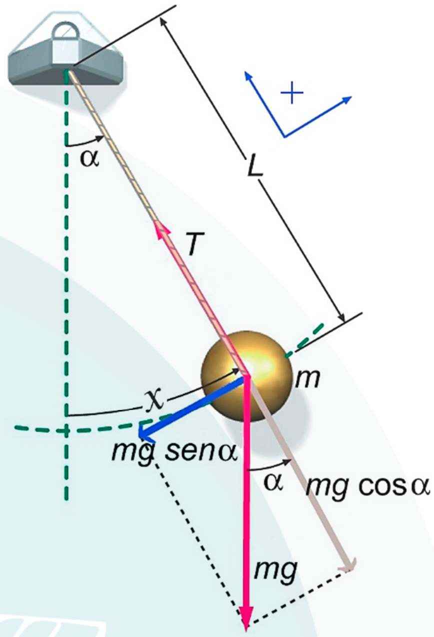
En cuanto a las energías que tiene la masa unida al muelle:

$$E_C = \frac{1}{2} m\,\omega^2\left(A^2 - y^2\right) \rightarrow \boxed{E_C = \frac{1}{2} k\left(A^2 - x^2\right)} \quad E_{P\,MAS} = \frac{1}{2} m\,\omega^2\,y^2 \rightarrow \boxed{E_{P\text{elástica}} = \frac{1}{2} k\,x^2}$$

$$E = \frac{1}{2} k\left(A^2 - x^2\right) + \frac{1}{2} k\,x^2 \rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2} k\,A^2}$$

8.2. PÉNDULO SIMPLE

Consiste en una masa, *m*, atada a un hilo inextensible, de longitud *L* y de masa despreciable, a la que se hace oscilar en un plano vertical, separándola muy poco de su posición de equilibrio (para que podamos considerar que casi se mueve sobre un eje en línea recta). En estas condiciones



$T - mg\cos\alpha = \sum F_{\text{centrípeta}} \approx 0$

Y la fuerza en el eje tangencial es

$F = -mg\,sen\,\alpha \approx -mg\,\alpha = -mg\,x / L$ pues

- Para ángulos pequeños $sen\,\alpha \approx \alpha$: si expresamos el ángulo en radianes

α (rad)	α (º)	error
π / 18	10	1 %
π / 9	20	2 %

- Dada la definición de radián $\dfrac{\text{arco}}{\text{radio}}$ = ángulo en radianes . $x = \alpha\, L \rightarrow \alpha = x / L$

Como esta fuerza hace que la masa describa un M.A.S.

$\Sigma F = -mg\,x / L$
$\Sigma F_{MAS} = -m\,\omega^2\,x$ $\rightarrow$ es un M.A.S. con $\boxed{\dfrac{g}{L} = \omega^2}$ $\rightarrow$

Podemos deducir su período pues $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ $\rightarrow$ $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}}$

Cuanto más corto sea el hilo → menor será el período → más rápido oscilará el cuerpo.

En cuanto a las energías es mejor no hacer la aproximación de línea recta y tratarlo usando la

Energía Potencial Gravitatoria: es la que tiene el cuerpo de masa *m* por el hecho de encontrarse a una determinada altura sobre la horizontal elegida como nivel. Viene dada por:

$\boxed{E_P = m\,g\,h}$ (J en S.I.) siendo *h* la altura de *m* sobre el nivel elegido.

Lo más recomendable es tomar siempre como nivel el punto más bajo por el que pase el móvil. Haciéndolo así la energía potencial es siempre no negativa, $E_P \geq 0$.

FORMULARIO M.V.A.S.

$f=\dfrac{1}{T}$	Frecuencia (Hz)
$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=2\pi f$	Pulsación o frecuencia angular (rad/s) o (rad s^{-1})
$y_{(t)}=A\,sen(\omega t+\varphi_0)$	Elongación o posición (m)
$\vec{v}_{(t)}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$	Vector velocidad (m/s) o (m s^{-1})
$\vec{a}_{(t)}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}$	Vector aceleración (m/s^2) o (m s^{-2})
$E_C=\dfrac{1}{2}mv^2$	Energía cinética (J)
$W_{ABresultante}=E_{C_B}-E_{C_A}$	Trabajo realizado por la resultante (J) Teorema de las fuerzas vivas
$W_{ABconservativa}=E_{P_A}-E_{P_B}$	Trabajo realizado por una fuerza conservativa (J) La energía potencial tiene el mismo "apellido" que la fuerza conservativa de la que proviene
$E = E_C + E_P$	Energía mecánica (J) (conservación de la energía)
$E_A = E_B + \lvert\vec{F}_{roz}\rvert\, d_{recorrida} =$ $E_B + E_{perdidas\ rozamiento}$	Conservación de la energía cuando hay rozamiento
$E_{P\,MAS}=\dfrac{1}{2}m\,\omega^2\,y^2$	Energía potencial de un cuerpo que describe M.A.S. (J)
$\vec{F}_{elástica}=-k\vec{L}$	Fuerza elástica (N) (ley de Hooke)
$\Sigma F_{oscilador} = -k\,x$	Resultante en un oscilador armónico (N). Si es vertical = -k y
$E_{P\,elástica}=\dfrac{1}{2}k\,x^2$	Energía potencial elástica (J)
$\dfrac{g}{L}=\omega^2$	Relación entre la longitud de un péndulo y su pulsación
$E_P=m\,g\,h$	Energía potencial gravitatoria para el péndulo (J)